

# Devoir de Probabilités du 13/11/09, Master MIMATS, durée 1H

**Avertissement** : Les deux exercices sont indépendants.

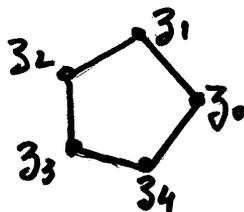
**Exercice 1** : On considère la chaîne de Markov absorbante à 2 états 0 et 1, de graphe



où  $p \in ]0, 1[$  est un nombre fixé et  $q = 1 - p$ .

- 1) Donner une interprétation concrète de cette chaîne en termes d'un jeu simple.
- 2) Déterminer le temps moyen partant de 0 jusqu'à l'absorption. Quel résultat connu retrouve-t-on ?

**Exercice 2** : On considère les 5 nombres complexes  $z_k = e^{i\frac{2\pi k}{5}}$  avec  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  qui déterminent un pentagone régulier :



Une particule se déplace sur les arêtes du pentagone en passant d'un sommet à l'un des deux sommets voisins avec probabilité  $\frac{1}{2}$  sauf pour les sommets  $z_1$  et  $z_3$  qui sont absorbants.

- 1) Représenter le déplacement aléatoire de la particule par une chaîne de Markov dont on précisera la matrice des transitions.
- 2) Calculer la matrice fondamentale de cette chaîne de Markov absorbante.
- 3) Quelle est la probabilité partant de  $z_0$  d'être absorbé par le sommet  $z_3$  ?
- 4) On suppose que la loi initiale de la chaîne est donnée par le vecteur de probabilité  $c = (\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4})$  quelle est la probabilité d'être absorbé par le sommet  $z_3$  ?